Příklad 1

Soutěž o nejlepší jakost výrobků obeslali čtyři výrobci A, B, C, D celkem 26 výrobky. Porota sestavila toto pořadí (uveden pouze původ výrobku od nejlepšího k nejhoršímu):

Pořadí	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Výrobce	B	C	C	A	B	D	D	C	A	B	B	D	C

Pořadí	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Výrobce	D	C	B	C	A	C	D	D	C	C	A	C	A

Na základě těchto údajů posuďte, zda původ výrobků má vliv na jeho jakost.

Řešení.

Zkoumaná vlastnost - jakost výrobků - není vyjádřena spojitým znakem, ale znakem pouze ordinálním (pořadím), nemůže jít proto o výběry z normálního rozdělení. Všechny čtyři výběrové soubory jsou nezávislé. Vliv původu výrobků na jeho jakost budeme tedy ověřovat Kruskal - Wallisovým testem.

Výrobce	Pořadí
A	4 9 18 24 26
B	1 5 10 11 16
C	2 3 8 13 15 17 19 22 23 25
D	6 7 12 14 20 21

H_0: jakost výrobků nezávisí na původu výrobků resp. všechny výběry pocházejí z téhož rozdělení
H_A: non H_0

Data uložíme v programu *STATISTICA* jako pro analýzu rozptylu, to znamená do dvou proměnných, které pojmenujeme např. *VÝROBCE* a *POŘADÍ*. Každá z těchto dvou proměnných bude mít 26 pozorování. Kruskal - Wallisův test najdeme v nabídce modulu **Nonparametrics / Distrib.**. Nezávisle proměnnou je *VÝROBCE* a závisle proměnnou je *POŘADÍ* . Procedura **Kruskal-Wallis ANOVA, median** nabízí dvě výstupní tabulky, nás zajímá jen ta druhá – **Kruskal-Wallis ANOVA by Ranks** (bývá schovaná pod výstupní tabulkou, která přísluší „mediánovému“ testu).

Výstupní tabulka v programu *STATISTICA* pro Kruskal - Wallisův test v příkladu 1

Kruskal-Wallis ANOVA by Ranks (neparam.sta)					
Independent (grouping) variable: VÝROBCE					
Kruskal-Wallis test: H (3, N= 26) = 2,924212 p =,4035					
		Valid	Sum of		
	Code	N	Ranks		
A	100	5	81		
B	101	5	43		
C	102	10	147		
D	103	6	80		

Z výstupní tabulky lze např. vyčíst, že hodnota testového kritéria je 2,924. Pro nás je ale důležité, že nejmenší hladina významnosti je rovna 0,4035. Nejmenší hladina významnosti, pro kterou lze zamítnout nulovou hypotézu, je větší než 0,05. Nepodařilo se prokázat, že původ výrobků má vliv na jeho jakost (s 95%-ní spolehlivostí). Tím je úloha vyřešena.]

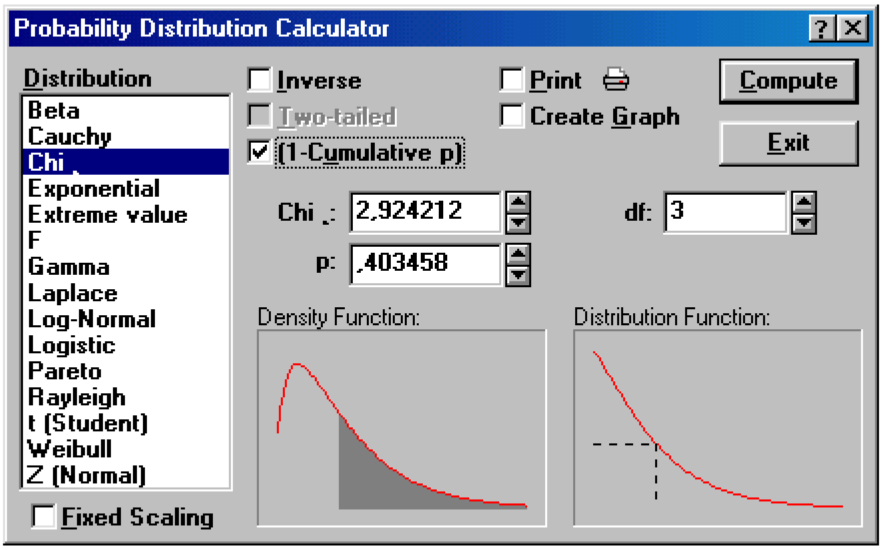
Doplňující úkol k příkladu 1: Ověřte pro výrobce A a B, že ve výstupní tabulce z Kruskal-Wallisova testu sloupec označený Sum of Ranks obsahuje součty pořadí hodnot. Dále ověřte, že hodnota testového kritéria *H* je opravdu 2,924.

$$[\, H = \frac{12}{26 \cdot 27}\left(\frac{81^2}{5} + \frac{43^2}{5} + \frac{147^2}{10} + \frac{80^2}{6}\right) - 3 \cdot 27 = 2{,}924 \,]$$

Doplňující úkol (jen pro ty nejchytřejší a nebo nejpilnější!): Ověřte, že nejmenší hladina významnosti pro zamítnutí nulové hypotézy v příkladu 1 je opravdu 0,4035.

Nápověda: Při stanovení nejmenší hladiny významnosti vyjdeme z toho, že při platnosti nulové hypotézy v Kruskal-Wallisově testu v příkladu 1 má testové kritérium H rozdělení $\chi^2(3)$. Kritický obor je vymezen „ocasem" napravo v grafu hustoty rozdělení $\chi^2(3)$.

Obr. 1 Ověření hodnoty nejmenší hladiny významnosti pro zamítnutí H_0 v příkladu 1



Příklad 2

Bylo sledováno procento niklu v tavební analýze legované oceli. Analýza se prováděla u 4 pecí a u každé pece bylo odebráno 5 vzorků. Má se zjistit, zda procento niklu je u všech pecí stejné nebo zda se některé pece od sebe liší.
Data jsou uvedena v následující tabulce.

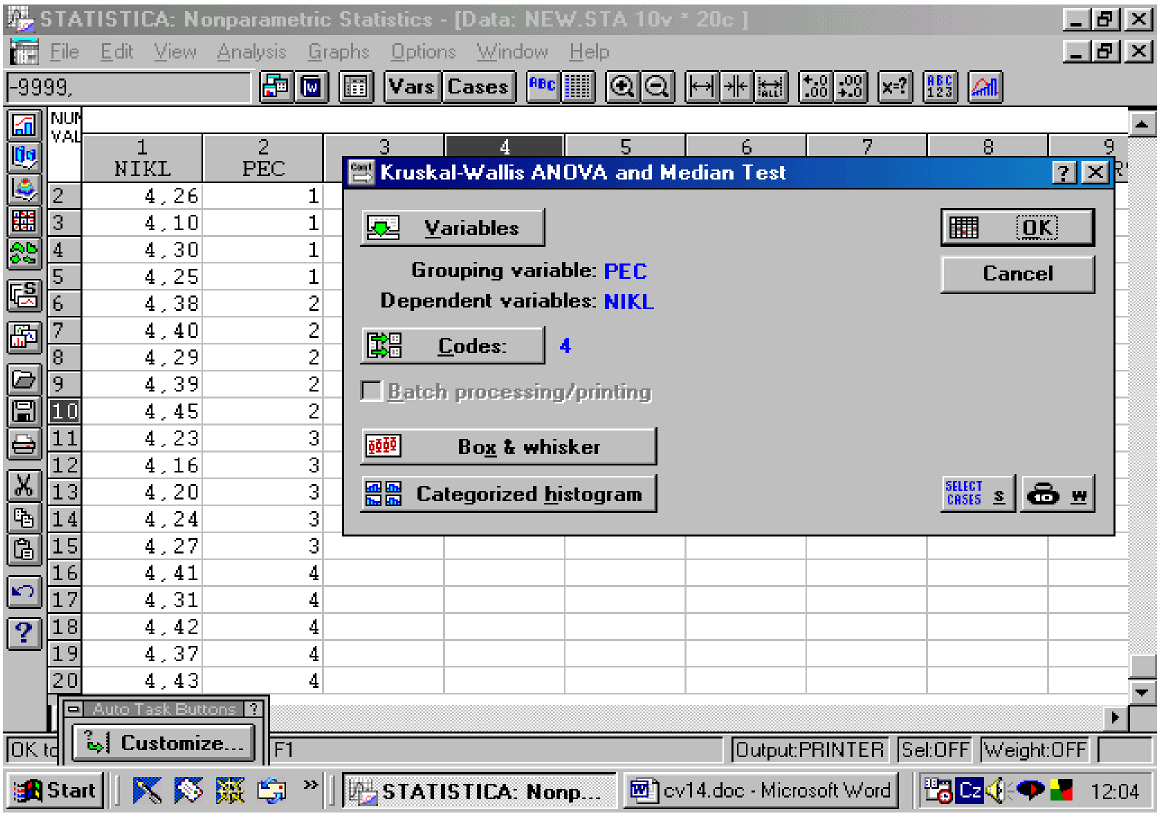
Tab. % Ni v tavební analýze legované oceli

1. pec	2. pec	3. pec	4. pec
4,15	4,38	4,23	4,41
4,26	4,40	4,16	4,31
4,10	4,29	4,20	4,42
4,30	4,39	4,24	4,37
4,25	4,45	4,27	4,43

Použijte Kruskal-Wallisův test. (O normalitě údajů mnoho nevíme, podle Bartlettova testu nelze vyloučit homoskedasticitu, neboť $p = 0{,}570776 > 0{,}05$. Pravděpodobně je zde možné použít také analýzu rozptylu.)

Řešení.

Obr. 2 Uložení dat a nastavení proměnných v Kruskal-Wallisově testu pro příklad 2



Ve výstupní tabulce Kruskal-Wallisova testu zjistíme: nejmenší hladina významnosti pro zamítnutí nulové hypotézy, že procento niklu je u všech pecí stejné, je 0,0032. Zamítáme tedy nulovou hypotézu s 95%-ní i 99%-ní spolehlivostí (s maximální spolehlivostí 99,68 %). Podařilo se prokázat, že procento niklu není u všech pecí stejné.Zajímá nás proto, které pece se od sebe liší.
Pro další rozbor použijeme Neményiho metodu mnohonásobného srovnávání nezávislých výběrů. Tu program STATISTICA nedělá, musíte ji provést sami.

Nejprve sestavíme tabulku hodnot $|T_i - T_j|$. Při jejím sestrojování využijeme toho, že výstupní tabulka Kruskal-Wallisova testu obsahuje potřebné součty pořadí T_i .

Tab. $|T_i - T_j|$

	j		
i	2	3	4
1	46	2	50*
2		48	4
3			52*

Najdeme ve statistických tabulkách 5%-ní kritickou hodnotu pro tyto rozdíly. Kritická hodnota je 48,1. V tabulce označíme symbolem * ty hodnoty, které jsou na hladině 5 % významné. Neményiova metoda tedy prokazuje významnou odlišnost v procentu niklu mezi 1. a 4. pecí a mezi 3. a 4. pecí. (Také máte jako já vztek, že program *STATISTICA* neprovádí Neményiho metodu pro mnohonásobné porovnávání u Kruskal - Wallisova testu?)

Pro zajímavost se můžete přesvědčit, k jakým závěrům dospějeme, použijeme-li k řešení úlohy analýzu rozptylu. Pomocí analýzy rozptylu dojdeme k závěru, že procento niklu není u všech pecí stejné (p = 0,000139). Pomocí Tukeyovy metody prokážeme statisticky významnou odlišnost 1. a 3. pece od 2. a 4. pece.

Tab. Výstupní tabulka pro mnohonásobné porovnání středních hodnot Tukeyho metodou

Tukey HSD test; variable NIKL (andel231.sta)			
Homogeneous Groups, alpha=,05			
MAIN EFFECT: PEC			
	Mean	1	2
1 {1}	4,212	xxxx	
3 {3}	4,220	xxxx	
2 {2}	4,382		xxxx
4 {4}	4,388		xxxx

Příklad 3

Byl sledován vliv tří preparátů na srážlivost krve. Kromě jiných ukazatelů byl zjišťován tzv. trombinový čas. U každé osoby byl stanoven nejprve kontrolní údaj (K), který udává trombinový čas před zahájením pokusu. Pak byly aplikovány preparáty A, B, C, a to každý dostatečně dlouho po odeznění účinku těch předchozích. Údaje o 10 sledovaných osobách jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. Trombinový čas

		Preparát		
Osoba	Kontrola	A	B	C
A	11,3	11,2	11,4	11,0
B	11,9	12,1	11,8	9,5
C	11,8	13,2	12,0	11,1
D	12,1	12,8	12,0	12,5
E	11,2	13,5	11,5	8,4
F	11,3	12,5	11,5	9,0
G	10,8	10,7	10,9	9,7
H	12,0	13,8	11,6	12,2
I	11,5	12,9	11,3	10,3
J	11,7	11,9	11,3	8,2

Závisí velikost trombinového času na tom, jaký byl použit preparát?

Řešení.

Výběrové soubory nelze pokládat za nezávislé, protože se jedná vždy o stejné osoby. Úlohu nebudeme řešit analýzou rozptylu nebo Kruskal – Wallisovým testem, ale Friedmanovým testem.

H_0: trombinový čas nezávisí na druhu preparátu H_A: non A

Data uložíme do 4 sloupců, resp. do 4 proměnných. Nazvěme je třeba *KONTROLA*, *A*, *B*, *C*. Test provedeme v modulu **Nonparametrics/Distrib.** V nabídce modulu vybereme proceduru **Friedman ANOVA & Kendall's concordance**. V proceduře **Friedman ANOVA & Kendall's concordance** pomocí tlačítka **Variables** označíme všechny čtyři proměnné, jejichž rozdělení hodnot se má porovnávat.

Z výstupní tabulky vyčteme, že testové kritérium Q nabývá hodnoty 14,52 a nejmenší hladina významnosti, pro kterou lze ještě zamítnout nulovou hypotézu, je 0,00228. P<0,01 $\Rightarrow$ zamítáme hypotézu „trombinový čas nezávisí na preparátech *KONTROLA, A, B, C“*. Podařilo se prokázat, že velikost trombinového času není stejná pro všechny preparáty.

Výstupní tabulka procedury Friedman ANOVA & Kendall's concordance pro příklad 3

Friedman ANOVA and Kendall Coeff. of Concordance (neparam.sta)				
ANOVA Chi Sqr. (N = 10, df = 3) = 14,52000 p < ,00228				
Coeff. of Concordance = ,48400 Aver. rank r = ,42667				
	Average Rank	Sum of Ranks	Mean	Std.Dev.
KONTROLA	2,5	25	11,56	0,411501
A	3,6	36	12,46	0,992416
B	2,5	25	11,53	0,340099
C	1,4	14	10,19	1,496997

Jednotlivá ošetření porovnáme Neményiho metodou pro závislé výběrové soubory. Zjistíme, které z preparátů se od sebe svým účinkem statisticky významně liší pro hladinu významnosti 5 %. Program *STATISTICA* bohužel neprovádí Neményiho metodu pro závislé výběrové soubory. Při sestrojování tabulky využijeme toho, že hodnoty potřebných součtů pořadí T_i jsou obsaženy ve výstupní tabulce Friedmanova testu.

Tab. Hodnoty $\left|T_i - T_j\right|$

i	j		
	2	3	4
1	11	0	11
2		11	22*
3			11

Ze statistických tabulek zjistíme, že kritická hodnota pro absolutní hodnoty rozdílů činí 14,8. Z toho plyne, že hypotézu o shodném účinku preparátů č. 2 a č. 4 (tj. preparátů *A* a *C*) zamítneme na hladině 5 %. Významnou odlišnost jiných dvojic preparátů nelze na základě zjištěných výsledků pomocí Neményiovy metody prokázat.