Př 5: Aby se majitel nově otevřeného penzionu kategorie B v rekreační oblasti Šumava udržel v konkurenci, nechtěl se při určování ceny dvoulůžkového pokoje významně odchýlit od průměrné hodnoty cen penzionů srovnatelné kategorie. Podařilo – se mu zjistit ceny v 10-ti konkurenčních penzionech:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
600	650	690	620	500	600	500	580	460	630

Pro oprávnění následujících konstrukcí je podstatné předpokládat, že výběr byl proveden:

z normálního rozdělení $\mathbf{N}(\mu,\sigma^2)$ *– vzhledem k tomu, že na cenu má vliv mnoho drobných vesměs nezávislých faktorů a cena bude zřejmě pocházet ze spojitého rozdělení můžeme výběr považovat za výběr z normálního rozdělení*

rozptyl σ^2 *neznáme a nahrazujeme jej nestranným odhadem tedy výběrovým rozptylem* s^2.

a) **V jakém cenovém rozmezí doporučujete stanovit cenu pokoje? (Volte α=0,01)**

Pro to abychom určili rozmezí nalezneme oboustranný konfidenční interval pro parametr μ *(=pro střední hodnotu). Můžeme postupovat několikerým způsobem:*

i) **Ručně stručně**

Ve skriptech případně v paměti vylovíme vzorec pro konfidenční interval, který má tvar:

$$\left(\bar{x}-\frac{s}{\sqrt{n}}\cdot t_{1-\alpha/2}(n-1)\,;\,\bar{x}+\frac{s}{\sqrt{n}}\cdot t_{1-\alpha/2}(n-1)\right) \qquad 1.$$

Nyní je zapotřebí spočítat výběrové *charakteristiky* (výběrový průměr – $\bar{x}$ a výběrovou směrodatnou odchylku – s) podle vzorců:

$\Rightarrow$ $\bar{x}=\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i$ *, kde n je počet pozorování a* x_i *je hodnota i-tého pozorování*

$\Rightarrow$ $s^2=\frac{1}{n-1}\cdot\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$ *, kde n je počet pozorování a* x_i *je hodnota i-tého pozorování*

$\Rightarrow$ $t_{1-\alpha/2}(n-1)$ *je příslušný kvantil Studentova t rozdělení s* $(n-1)$ *stupni volnosti*

Tedy $\bar{x}=583$, $s=73{,}79401$ *a konečně kvantil nalezený v tabulkách má hodnotu:* $t_{0{,}995}(9)=3{,}249836$

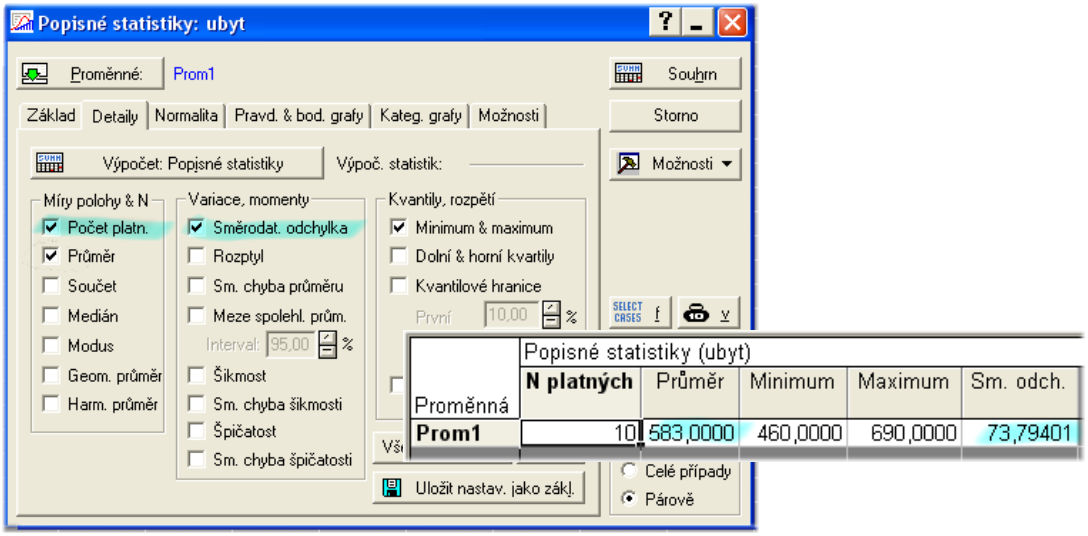
Dosazením do vztahu 1. dostaneme:

$$\left(583-\frac{73{,}79401}{\sqrt{10}}\cdot 3{,}24983\,;\,583+\frac{73{,}79401}{\sqrt{10}}\cdot 3{,}24983\right)=(583-75{,}83711\,;\,583+75{,}83711)=$$
$$=(507{,}16289\,;\,658{,}83711)$$

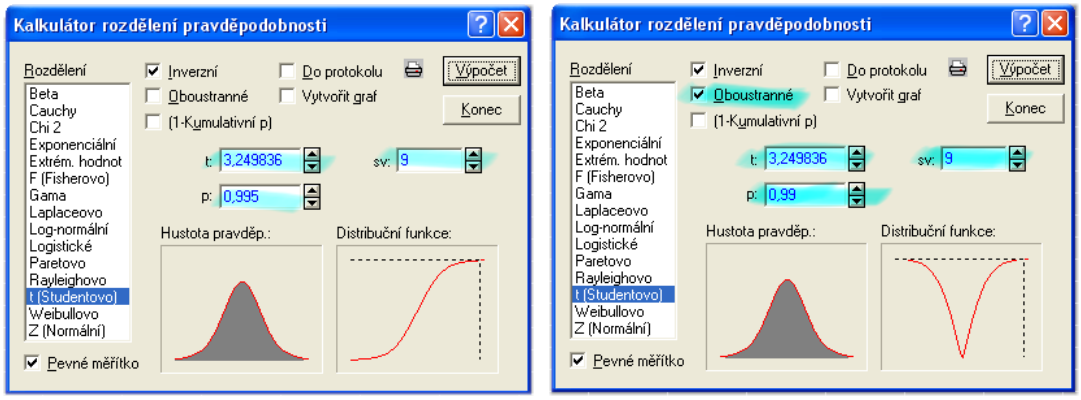
Tedy doporučíme majiteli zvolit cenu v tomto intervalu.

ii) s využitím základních funkcí programu Statistika

Ve skriptech případně v paměti vylovíme vzorec pro konfidenční interval (vztah 1.). Nyní je zapotřebí spočítat výběrové charakteristiky (výběrový průměr – $\bar{x}$ a výběrovou směrodatnou odchylku – s). Do programu statistika zadáme požadovaná data a v modulu ***Popisné statistiky*** *si „necháme“ spočítat výběrový průměr a výběrovou směrodatnou odchylku (obrázek 1). Dále pomocí Pravděpodobnostního kalkulátoru spočteme příslušný kvantil. Buďto zadáme p=0,995, nebo zadáme p=0,99 a zaškrtneme pole Oboustranné (obrázek 2).*



obrázek 1



obrázek 2

Dosazením do vztahu 1 dostaneme:

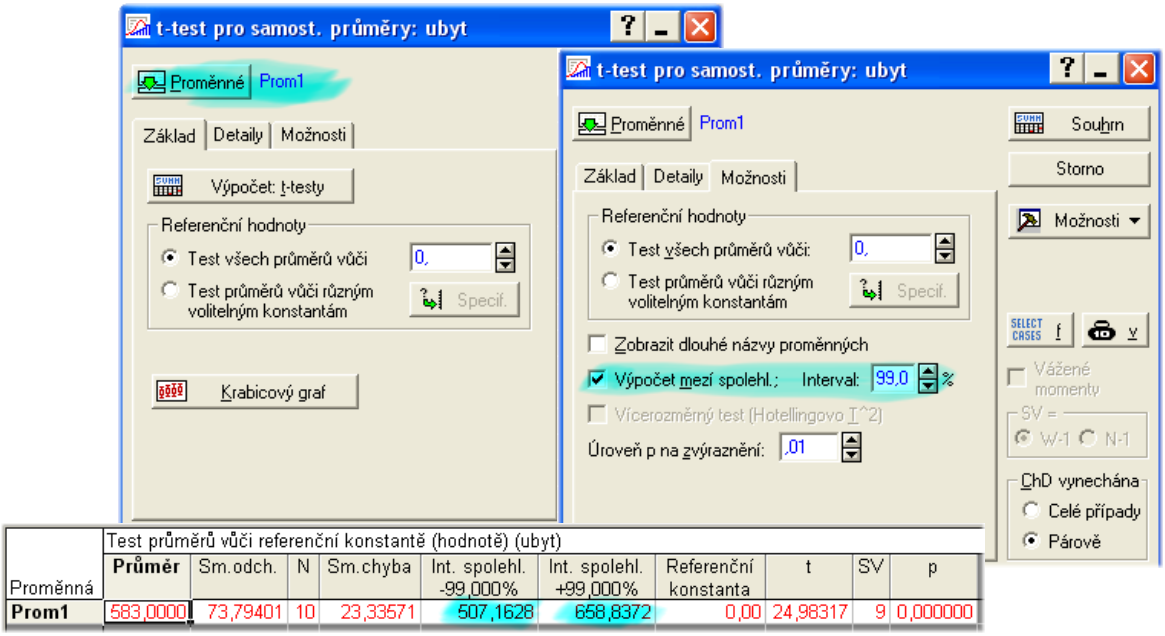
$$\left(583-\frac{73{,}79401}{\sqrt{10}}\cdot 3{,}24983\,;\,583+\frac{73{,}79401}{\sqrt{10}}\cdot 3{,}24983\right)=(583-75{,}83711\,;\,583+75{,}83711)=$$

$$=(507{,}16289\,;\,658{,}83711)$$

Tedy doporučíme majiteli zvolit cenu v tomto intervalu.

iii) Celý výpočet nechat na statistice:

Do programu statistika zadáme požadovaná data a v modulu $\bar{x}$ ***t-test, samost. vzorek*** *spustíme výpočet. Pro výpočet konfidenčního intervalu je podstatná pouze záložka* ***Možnosti****, kde zaškrtneme a nastavíme meze spolehlivosti pro výpočet Interval – 99%. Nejlépe to opět ilustrují obrázky (obrázek 3), na nichž je už je vidět nalezená dolní a horní mez konfidenčního intervalu.*



Test průměrů vůči referenční konstantě (hodnotě) (ubyt)

Proměnná	Průměr	Sm.odch.	N	Sm.chyba	Int. spolehl. -99,000%	Int. spolehl. +99,000%	Referenční konstanta	t	SV	p
Prom1	583,0000	73,79401	10	23,33571	507,1628	658,8372	0,00	24,98317	9	0,000000

obrázek 3

b) Stačí uvedené hodnoty k tomu, aby se majitel penzionu neodchýlil od střední hodnoty ceny pokoje o více než ± 30 Kč?

Tady nám statistika už nepomůže. Ve skriptech lépe v paměti vylovíme vzorec pro přípustnou chybu například ve tvaru: $\Delta = t_{1-\alpha/2}(n-1)\cdot\frac{s}{\sqrt{n}}$. *V zadání máme předepsanou přípustnou chybu 30, kdežto po vyčíslení hodnoty ve výše uvedeném vzorci získáme číslo 75,83711. Které je evidentně větší než požadovaná přípustná chyba. Ze znalosti* Δ *také můžeme spočítat nutnost rozsahu výběru pro spočtenou výběrovou směrodatnou odchylku (vyšel by nám větší než je stávající), či vyjít z rozsahu výběru a znalosti* Δ *a spočítat maximální výběrovou směrodatnou odchylku, která by nám musela ze zadaných dat musela vyjít (vyšla by menší). V neposlední řadě rovnou vidíme, že konfidenční interval je širší než 60 (tj.* $= 30+30$*).Celkem vzato všechny výsledky nás opravňují k stejnému závěru a to konstatovat, že uvedené informace nestačí k tomu, aby se majitel penzionu neodchýlil od střední hodnoty ceny pokoje o více než* ± 30 *Kč*

c) Pokud by majitel stanovit cenu nižší než je střední hodnota cen – z pochopitelných důvodů jen nepatrně – jakou cenu by jste mu doporučili?

Aby majitel skutečně odlišil svou cenu od střední hodnoty cen musí „podlézt" nejen tuto střední hodnotu jako takovou, ale dokonce musí jít s cenou až pod dolní mez konfidenčního intervalu (zřejmost této úvahy vyplívá více z postupů testování hypotéz. Tedy majitel by měl stanovit cenu nižší než 507,16289 Kč, tedy například 500 Kč.