

Cvičení 2

1. Definujte jevy opačné k následujícím jevům:
 - (a) Cestovní kanceláře mají zavřeno.
 - (b) Alespoň jedna cestovní kancelář má zavřeno.
 - (c) Nejvýše jedna cestovní kancelář má zavřeno.
2. Pravděpodobnost, že se jedinec z jisté populace dožije šedesáti let, je 0,8; pravděpodobnost, že se dožije sedmdesáti let, je 0,5. Jaká je pravděpodobnost, že jedinec zemře mezi šedesátým a sedmdesátým rokem svého života?
3. Házíme 2 hracími kostkami. Jaká je pravděpodobnost, že součet čísel na kostkách bude
 - (a) právě 5,
 - (b) větší než 3?
4. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu pěti hracími kostkami
 - (a) padnou vzájemně různá čísla,
 - (b) padnou pouze lichá čísla?
5. O náhodných jevech A a B jsou známy následující skutečnosti:
 - (a) Pravděpodobnost, že nastane alespoň jeden z jevů A a B , je $3/4$.
 - (b) Pravděpodobnost, že oba jevy A a B nastanou současně, je $1/4$.
 - (c) Pravděpodobnost, že nenastane jev A , je $2/3$.

Určete pravděpodobnosti obou jevů A a B . Jaká je pravděpodobnost, že nastane jev A a přitom nenastane jev B ?

6. Pro naléhavou potřebu byli povoláni dobrovolní dárci krve. Dostavilo se 15 lidí, z nich 8 mělo krevní skupinu A, 5 krevní skupinu B, 2 krevní skupinu AB. Stanice má 5 odběrových boxů. Jaká je pravděpodobnost, že mezi prvními dárci krve je:
 - (a) všech 5 s krevní skupinou A,
 - (b) jsou tři s krevní skupinou A a dva s krevní skupinou B,
 - (c) jsou dva s krevní skupinou A, jeden s krevní skupinou B a dva s krevní skupinou AB?
7. Na šachovnici se náhodně rozmístí osm věží. Jaká je pravděpodobnost, že žádná z věží neohrožuje žádnou z ostatních (tj. žádné dvě věže neleží ve stejné řadě či sloupci)?
8. Z balíčku mariášových karet vytáhneme postupně osm karet; nevracíme je přitom zpět. Jaká je pravděpodobnost, že právě tři vytažené karty jsou srdcové?

9. Jaká je pravděpodobnost, že ve skupině n lidí se najdou alespoň dva, kteří mají narozeniny ve stejný den? (Předpokládejme, že rok má 365 dní a že porodnost se v průběhu roku nemění.) Speciálně určete tuto pravděpodobnost pro $n = 23$ a pro $n = 56$.
10. Mezi 8 bezvadných výrobků byly zamíchány 3 zmetky. Náhodně byly vybrány dva výrobky. Jaká je pravděpodobnost, že
- (a) jsou oba bezvadné,
 - (b) je jeden vadný,
 - (c) je alespoň jeden vadný?
11. Z karetní hry o 52 kartách náhodně vybereme tři karty. Určete pravděpodobnost toho, že to bude
- (a) trojka, sedmička a eso;
 - (b) trojka, devítka a desítka;
 - (c) král a dvě esa.
12. V krabici je 5 koulí. 3 jsou bílé a 2 černé. Táhne dvě koule za sebou (koule po vytažení do krabice nevracíme). Jaká je pravděpodobnost, že první vytáhneme bílou a druhou černou?
13. Ve skupině 25 studentů (15 děvčat a 10 chlapců) se losují tři studenti.
- (a) Jaká je pravděpodobnost, že bude jako první vylosována dívka?
 - (b) První je vylosována dívka jaká je pravděpodobnost, že bude opět vylosována dívka?
 - (c) Jako první byly vylosovány 2 dívky, jaká je pravděpodobnost, že bude jako třetí vylosována opět dívka?
 - (d) Jaká je pravděpodobnost, že byly vylosovány tři dívky?
14. Pan Houška se snaží potmě otevřít dveře svého bytu. V kapse má deset klíčů, z toho právě jeden je od bytu. Náhodně vybírá a zkoušíme jeden klíč po druhém. Narazí-li na klíč, který není od bytu, přendá jej do druhé kapsy, čímž zajišťuje, že žádný klíč nebude nezkouší opakovaně.
- (a) Jaká je pravděpodobnost, že mu správný klíč padne do ruky při 6-tém pokusu?
 - (b) Jaká je pravděpodobnost, že mu správný klíč padne do ruky nejpozději při 3-tím pokusu?
15. I druhý den stále chybí žárovka na chodbě a pan Houška řeší opět ten samý problém – otevřít potmě dveře svého bytu. V kapse má deset klíčů, z toho právě dva jsou od bytu. (Po zkušenostech z předchozího dne, kdy mu otevírání bytu trvalo příliš dlouho, si totiž

do kapsy vložil ještě jeden klíč od bytu navíc a vyndal z ní jeden nepříliš používaný klíč.) Znovu, tak jako předchozího dne, náhodně vybírá a poté zkouší jeden klíč po druhém a již vyzkoušené klíče přendává do druhé kapsy.

- (a) Jaká je pravděpodobnost, že správný klíč mu padne do ruky poprvé při 5-tém pokusu?
 - (b) Jaká je pravděpodobnost, že správný klíč mu padne do ruky nejpozději při 9-tém pokusu?
16. Jaká je pravděpodobnost, že meteor padne na tu část zeměkoule, kde je pevnina? Šance zásahu libovolných míst zeměkoule je shodná. Pevnina zabírá $149\,000\,000\text{ km}^2$, moře pak $361\,000\,000\text{ km}^2$.
17. Na dvoumetrové tyči jsou všechna místa zlomu stejně pravděpodobná. Předpokládejme, že se zlomí na dva kusy. Jaká je pravděpodobnost, že
- (a) se zlomí přesně v polovině,
 - (b) bude jeden díl po zlomení alespoň dvakrát tak delší než ten druhý,
 - (c) bude delší díl po zlomení o 10 cm delší než kratší,
 - (d) bude delší díl po zlomení maximálně o 10 cm delší než kratší.